Universidad De Los Lagos
Departamento de Ciencias Exactas
Pedagogía en Matemática y Computación



Geometría 1 - 2015
Profesora: Cecilia Planas
Ayudante: Samuel Fuentes

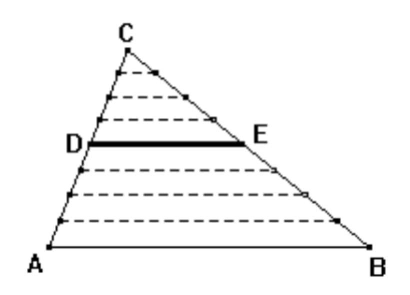


Contenidos Ayudantía #7

La Ayudantía 7 es el jueves 10 de diciembre a las 14.15h en la sala E 203. Los ejercicios a resolver estarán relacionados con los siguientes postulados, teoremas y definiciones:

Teorema 1 (Fundamental de la Proporcionalidad)**.** Si se traza una paralela a un lado de un triangulo, determina segmentos proporcionales en los otros dos lados.

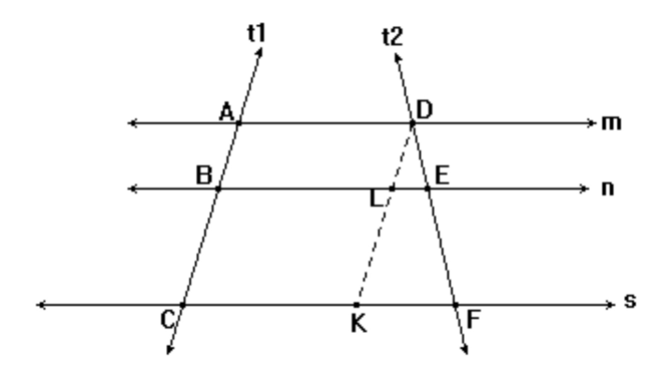
$$\frac{CD}{DA} = \frac{CE}{EB}$$



Teorema 2 (recíproco del anterior)**.** Si una recta corta a dos lados de un triángulo y determinan segmentos proporcionales en los otros dos lados, entonces la recta es paralela al tercer lado.

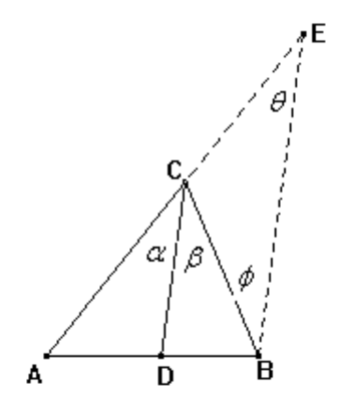
Teorema 3 (de Thales)**.** Si tres o más rectas paralelas son cortadas por dos transversales, entonces los segmentos de una transversal son proporcionales a sus correspondientes en la otra.

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$$



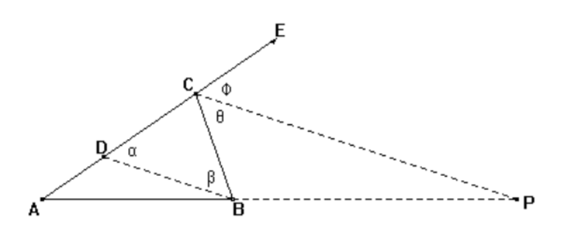
Teorema 4. En todo triangulo la bisectriz de un ángulo interno divide al lado opuesto en segmentos proporcionales a los lados adyacentes.

$$\frac{AD}{AC} = \frac{DB}{BC}$$

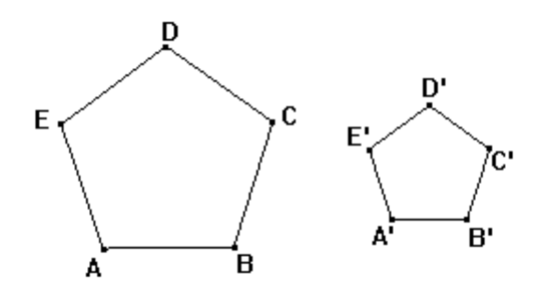


Teorema 5. La bisectriz de un ángulo exterior de un triangulo no isósceles, divide a la prolongación del lado opuesto al ángulo en segmentos proporcionales a sus lados adyacentes.

$$\frac{AP}{AC} = \frac{BP}{BC}$$



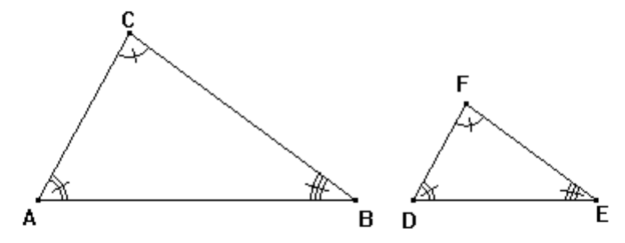
Definición 1 (Semejanza de polígonos)**.** Dos polígonos son semejantes si entre sus vértices existe una correspondencia tal que los ángulos correspondientes son congruentes y los lados correspondientes son proporcionales. $\angle A \cong \angle A'; \angle B \cong \angle B'; \angle C \cong \angle C'; \angle D \cong \angle D'; \angle E \cong \angle E'$ $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'} = \frac{DE}{D'E'} = \frac{EA}{E'A'} = k$



Definición 2 (Semejanza de triángulos)**.** Dos triángulos son semejantes si tienen la misma forma. En los triángulos semejantes se cumple que los ángulos correspondientes son congruentes y los lados correspondientes son proporcionales.

$$\angle A \cong \angle D; \angle B \cong \angle E; \angle C \cong \angle F$$

$$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$$

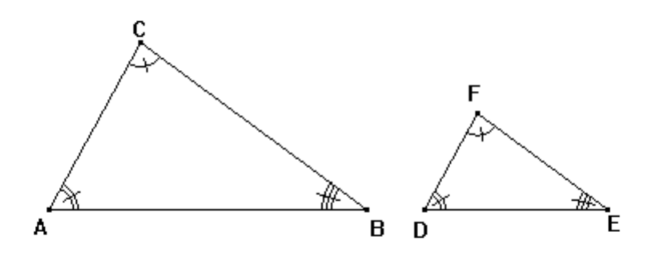


La semejanza es una relación de equivalencia, o sea que se cumple:

1. Propiedad reflexiva: $\triangle ABC \sim \triangle ABC$
2. Propiedad simétrica: $\triangle ABC \sim \triangle DEF \Rightarrow \triangle DEF \sim \triangle ABC$
3. Propiedad transitiva: $(\triangle ABC \sim \triangle DEF \wedge \triangle DEF \sim \triangle PQR) \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle PQR$

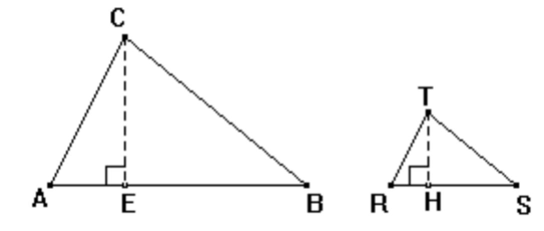
Teorema 6 (de semejanza A-A-A)**.** Si dos triángulos tienen sus ángulos respectivamente congruentes, entonces son semejantes.

$$\angle A \cong \angle R; \angle B \cong \angle S; \angle C \cong \angle T \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle RST$$



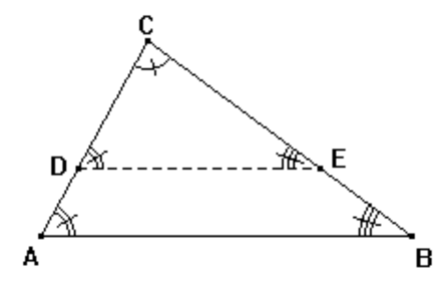
- **Corolario 6.1.** Si dos triángulos tienen dos ángulos congruentes entonces son semejantes (A-A).
- **Corolario 6.2.** Si dos triángulos rectángulos tienen un ángulo agudo congruente entonces son semejantes.
- **Corolario 6.3.** Las alturas correspondientes de dos triángulos semejantes tienen la misma razón que la de dos lados correspondientes.

$$\frac{CE}{TH} = \frac{AC}{RT} = \frac{AB}{RS} = \frac{BC}{ST}$$



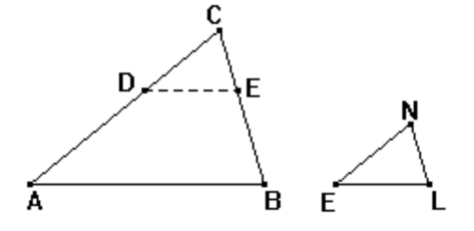
- **Corolario 6.4.** Si se traza una recta paralela a un lado de un triángulo se determina otro triángulo semejante al primero.

$$\overline{DE} \parallel \overline{AB} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle DEC$$



Teorema 7 (de semejanza L-A-L)**.** Si en dos triángulos dos lados correspondientes son proporcionales y los ángulos comprendidos entre ellos son congruentes, entonces los triángulos son semejantes.

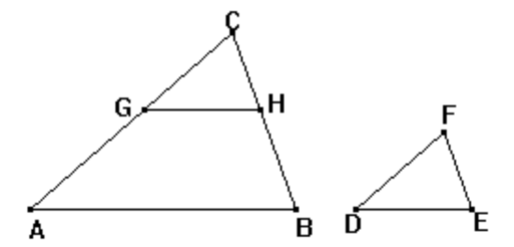
$$(\frac{CA}{NE} = \frac{CB}{NL} \wedge \angle C \cong \angle N) \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ELN$$



- **Corolario 7.1.** Si en dos triángulos rectángulos los catetos son proporcionales, entonces los triángulos son semejantes.

Teorema 8 (de semejanza L-L-L)**.** Si en dos triángulos sus lados correspondientes son proporcionales, entonces los triángulos son semejantes.

$$\frac{CA}{FD} = \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle DEF$$



- **Corolario 8.1.** Si dos triángulos rectángulos tienen la hipotenusa y un cateto respectivamente proporcionales, entonces son semejantes.

- **Corolario 8.2.** Si dos triángulos isósceles tienen un ángulo cualquiera respectivamente congruentes, entonces son semejantes.